

**Межрегиональная олимпиада школьников
на базе ведомственных образовательных учреждений
по математике.**

Задания и ответы на отборочный тур.

11 класс

Задача 1

Катер по реке и автобус по дороге, идущей вдоль берега реки, отправляются одновременно из пункта А в находящийся ниже по течению пункт В и совершают безостановочное движение между А и В. Первая их встреча произошла, когда автобус прошел $\frac{4}{5}$ всего расстояния от А до В, а вторая встреча - когда автобус после первого захода в В проехал $\frac{3}{4}$ всего расстояния от В до А. Первый раз в пункт В автобус прибыл на 10 минут позже катера. Через сколько минут после начала движения автобус и катер первый раз окажутся одновременно в пункте А, если скорость катера в неподвижной воде и скорость автобуса постоянны.

Ответ: 200.

Задача 2

Последовательность u_0, u_1, u_2, \dots удовлетворяет следующим соотношениям $u_{n+2} = 4u_{n+1} + u_n$, если n – четное, и $u_{n+2} = -u_{n+1} + 3u_n$, если n – нечетное. Известно, что $u_0 = 1, u_1 = 2$. Найдите u_{2013} . В ответе укажите максимальную степень, в которой 3 делит u_{2013} .

Ответ: 503.

Задача 3

В трапеции ABCD длины оснований BC и AD равны соответственно, 1 и 4. Точка E – середина AD. Отрезки BE и CE пересекаются с диагоналями AC и BD в точках M и N. Найдите длину отрезка MN. Ответ округлите до сотых.

Например, если вы получили $\frac{5}{6}$, то в ответе необходимо указать 0,83.

Ответ: 0,67.

Задача 4

Банкомат выдает сумму мелкими, либо крупными купюрами. Сколькими способами банкомат может выдать сумму в 5000 рублей мелкими (50 рублей, 100 рублей, 500 рублей) купюрами.

Ответ: 286.

Задача 5

Найдите наименьшее натуральное число n такое, что число $n - 2012$ делится нацело на 2013, а число $n + 2013$ делится нацело на 2012. В ответе укажите данное число n .

Ответ: 4050155.

10 класс

Задача 1

Последовательность u_0, u_1, u_2, \dots удовлетворяет следующим соотношениям $u_{n+2} = -u_{n+1} + u_n$, если n – четное, и $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$, если n – нечетное. Известно, что $u_0 = 1, u_1 = -1$. Найдите u_{2013} .

Ответ: 2.

Задача 2

В равнобедренной трапеции ABCD длины оснований BC и AD равны соответственно, 1 и 4. Точка E – середина AD. Отрезки BE и CE пересекаются с диагоналями AC и BD в точках M и N. Найдите длину отрезка MN. Ответ округлить до сотых. Например, если вы получили $5/6$, то в ответе необходимо указать 0,83

Ответ: 0,67.

Задача 3

Банкомат выдает сумму мелкими, либо крупными купюрами. Сколькими способами банкомат может выдать сумму в 5000 рублей мелкими (50 рублей, 100 рублей, 500 рублей) купюрами.

Ответ: 286.

Задача 4

Катер по реке и автобус по дороге, идущей вдоль берега реки, отправляются одновременно из пункта А в находящийся ниже по течению пункт В и совершают безостановочное движение между А и В. Первая их встреча произошла, когда автобус прошел $\frac{4}{5}$ всего расстояния от А до В, а вторая встреча - когда автобус после первого захода в В проехал $\frac{3}{4}$ всего расстояния от В до А. Первый раз в пункт В автобус прибыл на 10 минут позже катера. Через сколько минут после начала движения автобус и катер первый раз окажутся одновременно в пункте А, если скорость катера в неподвижной воде и скорость автобуса постоянны.

Ответ: 200.

Задача 5

Найдите все натуральные числа n , при каждом из которых число $1000^n + 1002^n$ делится нацело на 1001. В ответе укажите наибольшее такое число, не превосходящее 1000.

Ответ: 999.

7-9 класс

Задача 1

В некоторой стране имеется n городов и некоторая сеть дорог с двусторонним движением. Каждая дорога соединяет ровно два города и при этом дороги попарно не пересекаются. Из каждого города выходят ровно три дороги. Все дороги в стране пронумерованы цифрами 1, 2 и 3 так, что из каждого города выходят ровно три дороги с различными номерами. Найдите сумму всех n не превосходящих 1000, при которых такая конфигурация возможна..

Ответ: 250500.

Задача 2

В трапеции ABCD длины оснований BC и AD равны соответственно, 3,5 и 7. Точка E – середина AD. Отрезки BE и CE пересекаются с диагоналями AC и BD в точках M и N. Найдите длину отрезка MN. Ответ округлите до сотых. Например, если вы получили $\frac{5}{6}$, то в ответе необходимо указать 0,83.

Ответ: 1,75.

Задача 3

Банкомат выдает сумму мелкими, либо крупными купюрами. Сколькими способами банкомат может выдать сумму в 5000 рублей мелкими (50 рублей, 100 рублей, 500 рублей) купюрами.

Ответ: 286.

Задача 4

Найдите все натуральные числа n , при каждом из которых число $1000^n + 1$ делится нацело на 1001. В ответе укажите наибольшее такое число, не превосходящее 1000.

Ответ: 999.

Задача 5

Катер по реке и автобус по дороге, идущей вдоль берега реки, отправляются одновременно из пункта А в находящийся ниже по течению пункт В и совершают безостановочное движение между А и В. Первая их встреча произошла, когда автобус прошел $\frac{4}{5}$ всего расстояния от А до В, а вторая встреча - когда автобус после первого захода в В проехал $\frac{3}{4}$ всего расстояния от В до А. Первый раз в пункт В автобус прибыл на 10 минут позже катера. Через сколько минут после начала движения автобус и катер первый раз окажутся одновременно в пункте А, если скорость катера в неподвижной воде и скорость автобуса постоянны.

Ответ: 200.